Ajuste del eje polar de una montura ecuatorial por el método de J.Scheiner

Esta pequeña exposición es una adaptación de diversos artículos, véanse *Referencias* al final.
Antonio Fraga
Julio 2006

1. El método. (Traducción adaptada parcial de ref.[2])

Durante la segunda mitad del siglo XIX se desarrollaron diversos métodos para alinear una montura con el eje de rotación de la Tierra. Uno de los primeros y más prácticos métodos fue el publicado por el matemático, físico y astrónomo Julius Scheiner (1858-1913), uno de los pioneros en la astrofotografía. Para llevarlo a cabo sólo se necesita un ocular graduado (ver figuras al final de esta exposición). Las correcciones en altitud y azimut se realizan por separado, el azimut en el meridiano y la altitud a un ángulo horario de +/-6h. De las muchas descripciones del método, esta es una posible:

1. Elegir una estrella brillante y fácil de localizar en el ecuador (para maximizar la velocidad de deriva) y cerca del meridiano. Centrarla en un ocular reticulado.
2. Seguirla hasta que la deriva en declinación de la estrella sea evidente. Ignorar cualquier deriva en Ascensión Recta. Si la estrella deriva al norte, mueva el eje polar hacia el este. Si la estrella deriva hacia el sur, mueva el eje polar hacia el oeste. Repita este paso hasta que no se aprecien derivas en declinación.
3. Elegir una estrella brillante y fácil de localizar cerca del horizonte este u oeste y centrarla en un ocular reticulado.
4. Seguirla hasta que la deriva en declinación de la estrella sea evidente. De nuevo, ignorar cualquier deriva en Ascensión Recta. Si la estrella está en el este y deriva al norte, bajar el eje polar. Si la estrella está en el este y deriva hacia el sur, sube el eje polar. (Invertir las correcciones si se eligió una estrella en el oeste). Repetir este paso hasta que no se aprecien derivas en declinación.

En su estudio, Scheiner expresó literalmente que se debía evitar los efectos de la refracción. Si se ignora esto, las mediciones se pueden hacer en cualquier parte del meridiano y del horizonte este/oeste. Pero el método se basa en que la medición en el este/oeste, la estrella debe estar a +/-6h del meridiano (como se verá a continuación); es posible evitar la refracción si se elige una estrella con declinación suficiente (esto depende de la latitud geográfica).

2. Base teórica. (Traducción adaptada parcial de ref.[1])

Las ecuaciones fundamentales que expresan el error del ángulo horario y de declinación causados por un error de puesta en estación:

$$(1): \Delta h = \Delta H \sin(h)\tan(d) + \Delta A(\sin(f) - \cos(h)\cos(f)\tan(d))$$

$$(2): \Delta d = \Delta H \cos(h) + \Delta A \cos(f)\sin(h)$$

donde:

Δh	error en ángulo horario	ΔA	error en Azimut
Δd	error en declinación	ΔH	error en altitud
h	ángulo horario de la estrella	d	declinación de la estrella
f	latitud geográfica del lugar de observación		

Si diferenciamos (1) y (2) con respecto al tiempo, resulta la diferencia entre el ángulo horario aparente (h') y el verdadero (h), así como el de la declinación aparente (d') y la verdadera (d):

$$(3): d\Delta h / dt = (\Delta H \cos(h)\tan(d) + \Delta A \sin(h)\tan(d))w$$

$$(4): d\Delta d / dt = (-\Delta H \sin(h) + \Delta A \cos(f)\cos(h))w$$

, donde w es la variación del ángulo horario por unidad de tiempo. Dado que la Tierra da una vuelta completa (360º o 2p en radianes) en 23.934 horas (o 1436.04 minutos), entonces $w = 0.004375355$ y su inversa $1/w = 228.55$.

Medir derivas en ascensión recta (o en ángulo horario) conlleva la suposición de un motor de seguimiento exacto, lo cual no siempre es posible. Pero podemos calcular ΔA y ΔH midiendo únicamente derivas en declinación $d\Delta d / dt$ si hacemos algunas consideraciones:

Supongamos que medimos la deriva en declinación de una estrella en el meridiano. Como en este caso $h = 0$, entonces $\sin(h) = 0$ y $\cos(h) = 1$; sustituyendo en (4):

$$(5): d\Delta d / dt = \Delta A \cos(f) w \Rightarrow \Delta A = \frac{d\Delta d / dt}{\cos(f) w} = 228.55 \frac{d\Delta d / dt}{\cos(f)}$$

Es decir: el error en **Azimut** es igual a $228.55/\cos(f)$ veces mayor que la deriva en declinación de una estrella situada en el **meridiano**.

De igual manera, si medimos la deriva en declinación de una estrella a +/-6h del meridiano, $\sin(h) = \pm 1$ y $\cos(h) = 0$. Sustituyendo en (4):

$$(6): d\Delta d / dt = \pm \Delta H w \Rightarrow \Delta H = \pm \frac{d\Delta d / dt}{w} = \pm 228.55 \cdot d\Delta d / dt$$

Es decir: el error en **Altura** es igual a 228.55 veces mayor que la deriva en declinación de una estrella situada a **6h del meridiano** y 228.55 veces menor que la deriva en declinación de una estrella situada a **-6h del meridiano**.

Sólo queda hacer una consideración más. Para corregir el Azimut hay que tener en cuenta que el término de corrección según la ecuación (5) sólo es válido para el plano del horizonte, pero justo en el horizonte no podemos encontrar ninguna estrella apropiada debido a la refracción. Aplicando las leyes de la trigonometría esférica se puede demostrar que para una estrella que está por encima del horizonte podemos multiplicar el factor de corrección por el seno de la distancia de la estrella al cenit $\sin(f - d)$ (hay que tener en cuenta que una estrella con una declinación igual a la latitud geográfica del lugar de observación hacen que este término sea nulo). Así, la expresión de corrección para Azimut queda:

$$(7): \Delta A = 228.55 \frac{\sin(f - d) d\Delta d / dt}{\cos(f)}$$

3. La práctica. Traducción parcial de ref.[3] y adaptación de tablas a la latitud geográfica de Canarias)

Supongamos que disponemos de un ocular graduado de seis divisiones, y que podemos distinguir perfectamente ½ de cada división. Podemos construirnos una tabla para una cantidad de tiempo y una latitud geográfica dada aplicando las fórmulas (6) y (7):

Latitud Geográfica: 28 Minutos de medición: 10

	Corrección de azimut dependiendo de la declinación de la estrella							Corrección en altura
Deriva	-5	0	5	10	15	20	25	
1,0	14,1	12,2	10,1	8,0	5,8	3,6	1,4	22,9
1,5	21,1	18,2	15,2	12,0	8,7	5,4	2,0	34,3
2,0	28,2	24,3	20,2	16,0	11,6	7,2	2,7	45,7
2,5	35,2	30,4	25,3	20,0	14,6	9,0	3,4	57,1
3,0	42,3	36,5	30,3	24,0	17,5	10,8	4,1	68,6
3,5	49,3	42,5	35,4	28,0	20,4	12,6	4,7	80,0
4,0	56,4	48,6	40,5	32,0	23,3	14,4	5,4	91,4
4,5	63,4	54,7	45,5	36,0	26,2	16,2	6,1	102,8
5,0	70,5	60,8	50,6	40,0	29,1	18,0	6,8	114,3
5,5	77,5	66,8	55,6	44,0	32,0	19,8	7,5	125,7
6,0	84,6	72,9	60,7	48,0	34,9	21,6	8,1	137,1

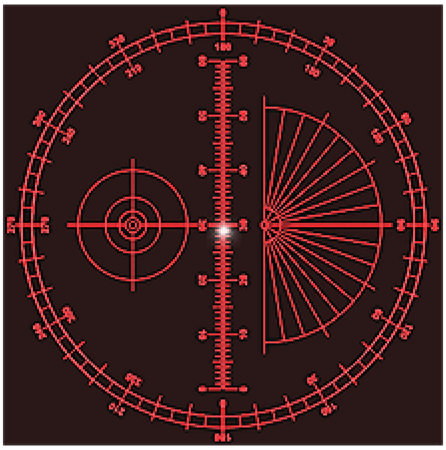
Supongamos que medimos una estrella en el meridiano con declinación 15º y que observamos que en 10 minutos deriva 3,5 unidades hacia el norte. Entonces, consultando la tabla, vemos que hay que corregir 20,4 unidades. Podremos llevar la estrella hacia un extremo del ocular y orientando correctamente el ocular, mover el azimut de la montura hacia el este hasta que la estrella se haya desplazado 20,4 unidades en el ocular. Pero el ocular sólo tiene 6 divisiones, así que lo que haremos es corregir de seis en seis (tres veces 6 = 18) y luego 2,4.

Para facilitar el trabajo, podemos construimos una tabla como esta:

Latitud Geográfica: 28 Minutos de medición: 10

	Corrección de azimut dependiendo de la declinación de la estrella							Corrección en altura
Deriva	-5	0	5	10	15	20	25	
1,0	**2**	**2**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**3**
	2,1	0,2	4,1	2,0	5,8	3,6	1,4	4,9
1,5	**3**	**3**	**2**	**1**	**1**	**0**	**0**	**5**
	3,1	0,2	3,2	6,0	2,7	5,4	2,0	4,3
2,0	**4**	**4**	**3**	**2**	**1**	**1**	**0**	**7**
	4,2	0,3	2,2	4,0	5,6	1,2	2,7	3,7
2,5	**5**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**	**9**
	5,2	0,4	1,3	2,0	2,6	3,0	3,4	3,1
3,0	**7**	**6**	**5**	**3**	**2**	**1**	**0**	**11**
	0,3	0,5	0,3	6,0	5,5	4,8	4,1	2,6
3,5	**8**	**7**	**5**	**4**	**3**	**2**	**0**	**13**
	1,3	0,5	5,4	4,0	2,4	0,6	4,7	2,0
4,0	**9**	**8**	**6**	**5**	**3**	**2**	**0**	**15**
	2,4	0,6	4,5	2,0	5,3	2,4	5,4	1,4
4,5	**10**	**9**	**7**	**5**	**4**	**2**	**1**	**17**
	3,4	0,7	3,5	6,0	2,2	4,2	0,1	0,8
5,0	**11**	**10**	**8**	**6**	**4**	**3**	**1**	**19**
	4,5	0,8	2,6	4,0	5,1	0,0	0,8	0,3
5,5	**12**	**11**	**9**	**7**	**5**	**3**	**1**	**20**
	5,5	0,8	1,6	2,0	2,0	1,8	1,5	5,7
6,0	**14**	**12**	**10**	**7**	**5**	**3**	**1**	**22**
	0,6	0,9	0,7	6,0	4,9	3,6	2,1	5,1

Donde los números en negrita representan correcciones de ocular completo (seis divisiones) y el número de abajo, el resto.



Ahora pasamos a medir la deriva de una estrella a 6h del meridiano. Supongamos que medimos una estrella al este y que esta deriva 4 unidades al norte. Entonces, en este caso, tenemos que bajar el eje polar en altura hasta corregir 91,4 unidades o, como vemos en la segunda tabla, 15 oculares enteros (de 6 divisiones) más 1,4 unidades.

Para afinar la puesta en estación, podemos construirnos otra tabla para 15 minutos de medición o para 20 minutos, dependiendo del grado de precisión que deseemos (ver hoja Excel adjunta).

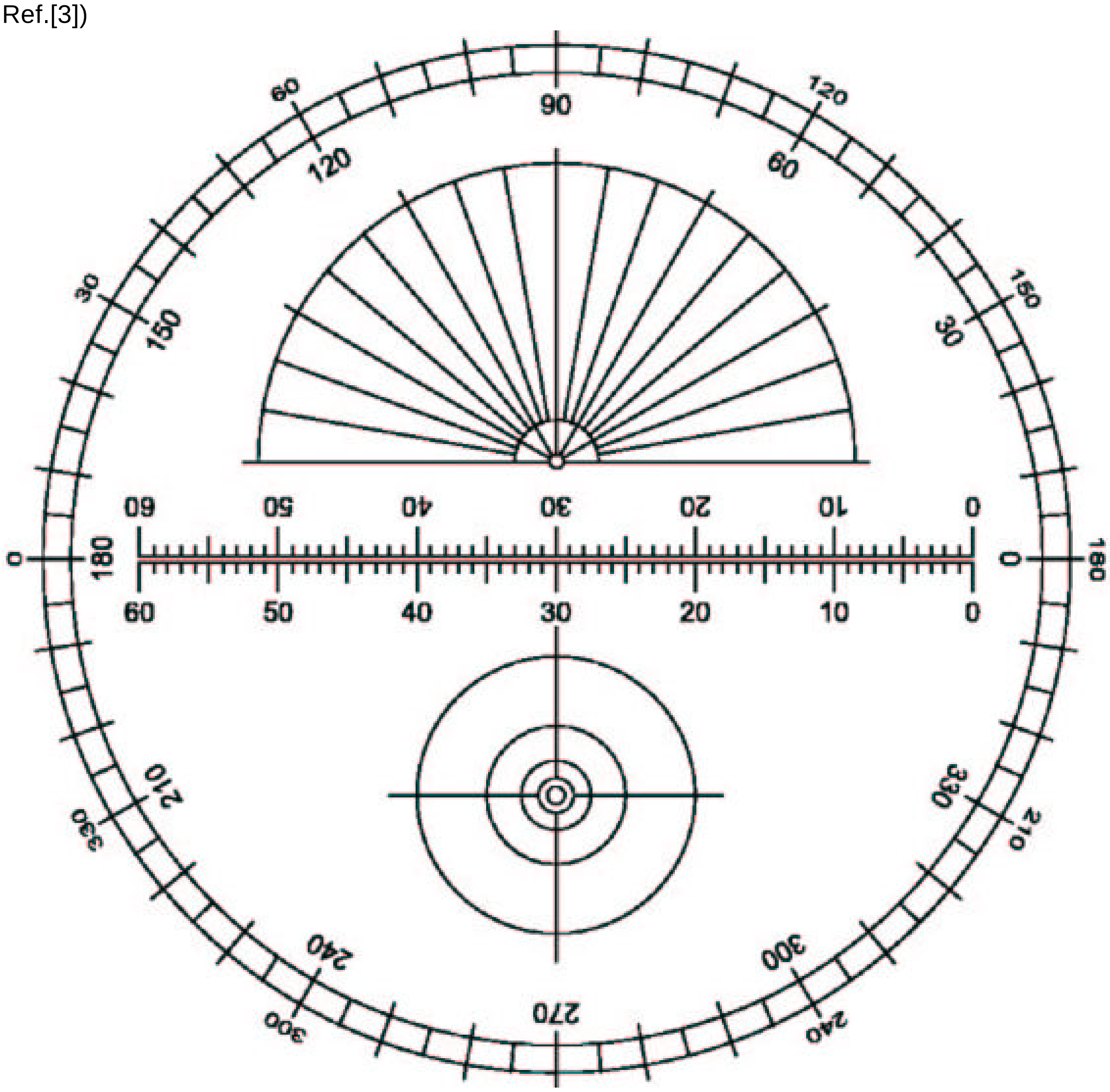
Con este método podemos ajustar la montura en dos pasos y sin necesidad de ordenador.

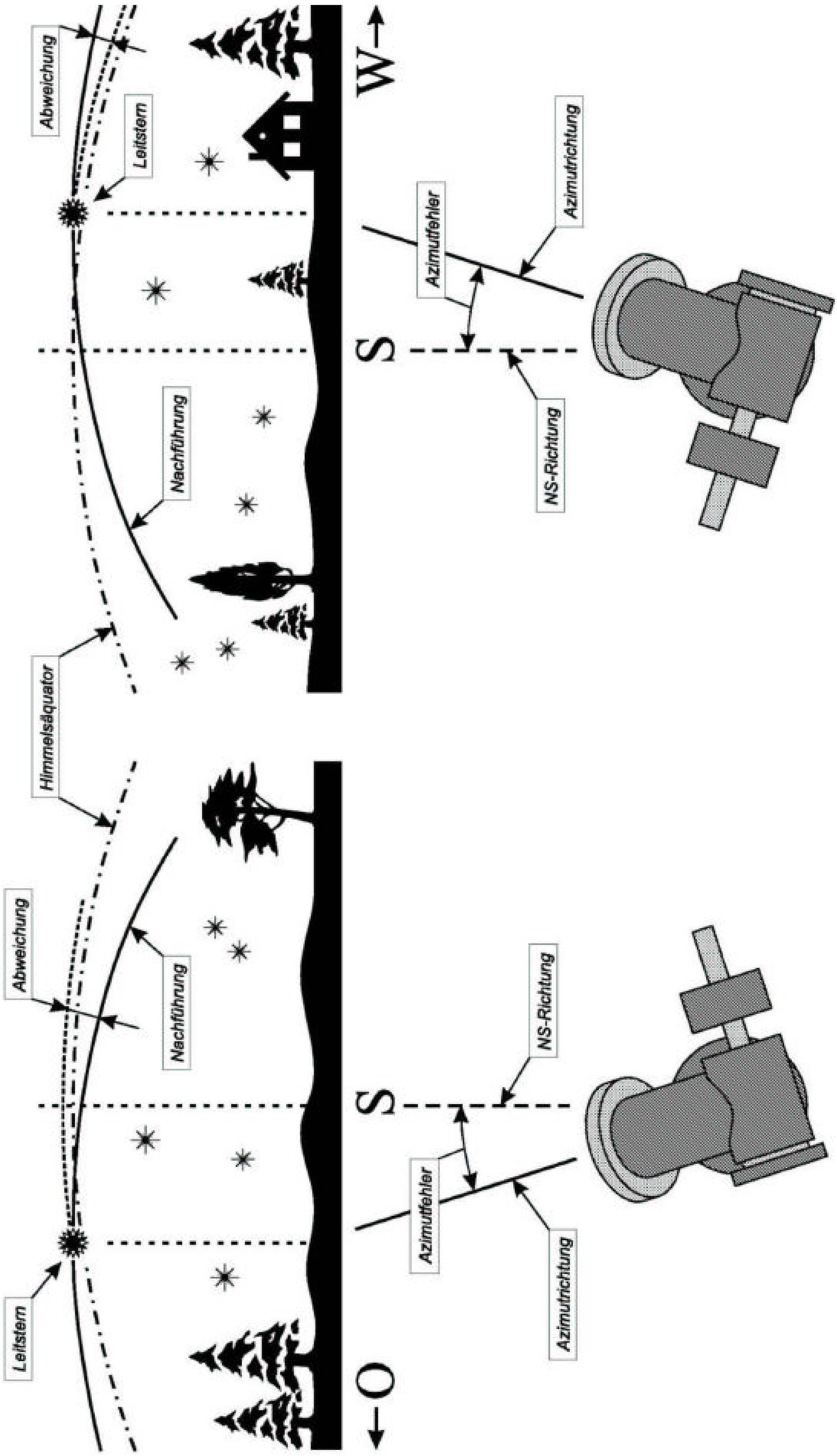
El programa EQAlign, se basa en este procedimiento y permite hacer una puesta en estación si disponemos de un ordenador y una webcam.

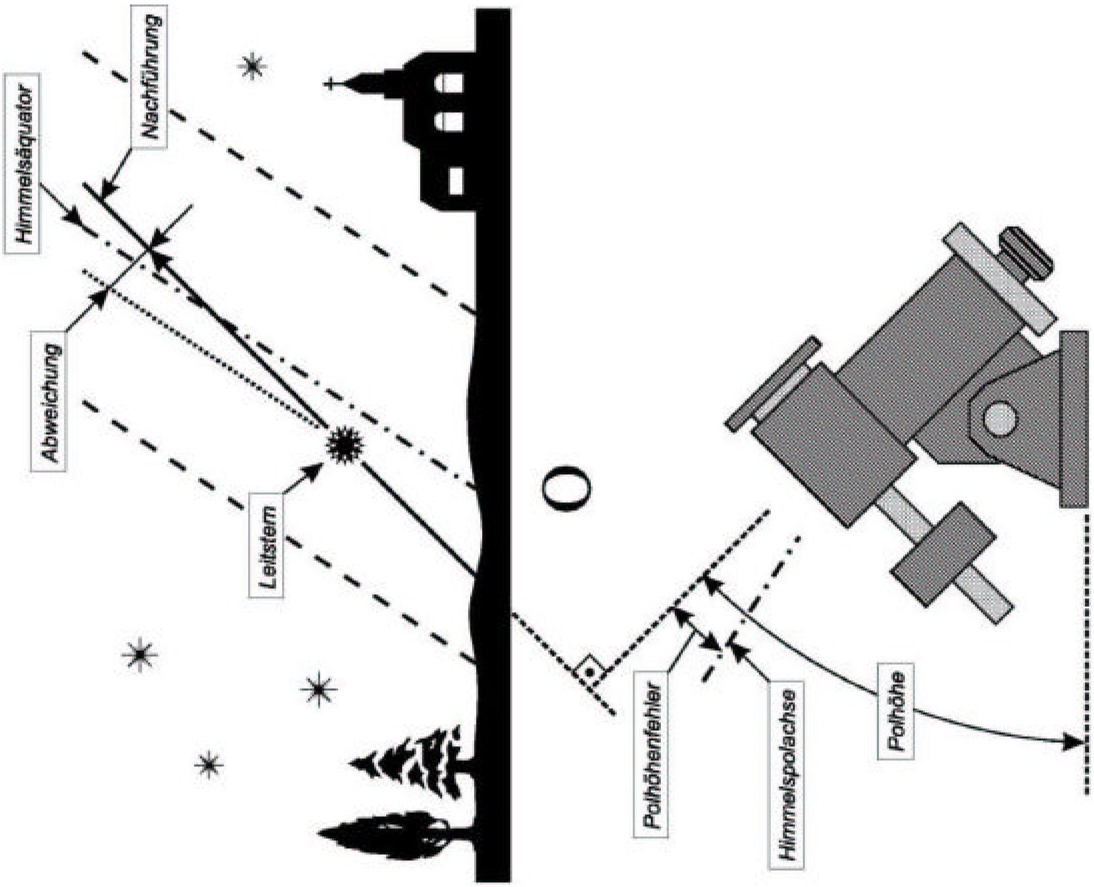
Referencias.

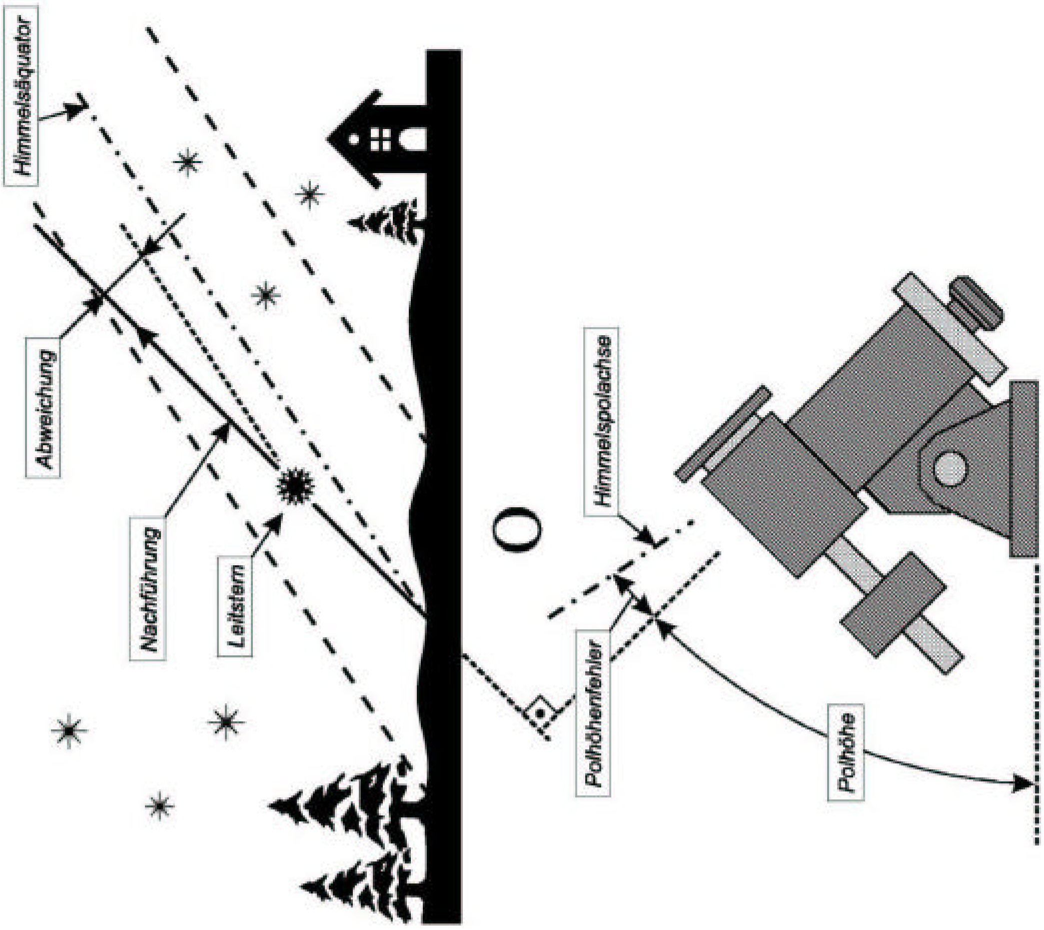
Ref.[1] Polachsenjustierung (Ajuste polar):
http://www.astro-electronic.de/polachse.pdf
Ref.[2] The atmosphere as a prism (La atmósfera como prisma):
http://leq.one-arcsec.org/e/Methods/framMethods_e.html
Ref.[3] Die Scheinermethode (El método de Scheiner):
http://www.baader-planetarium.de/download/scheiner.pdf

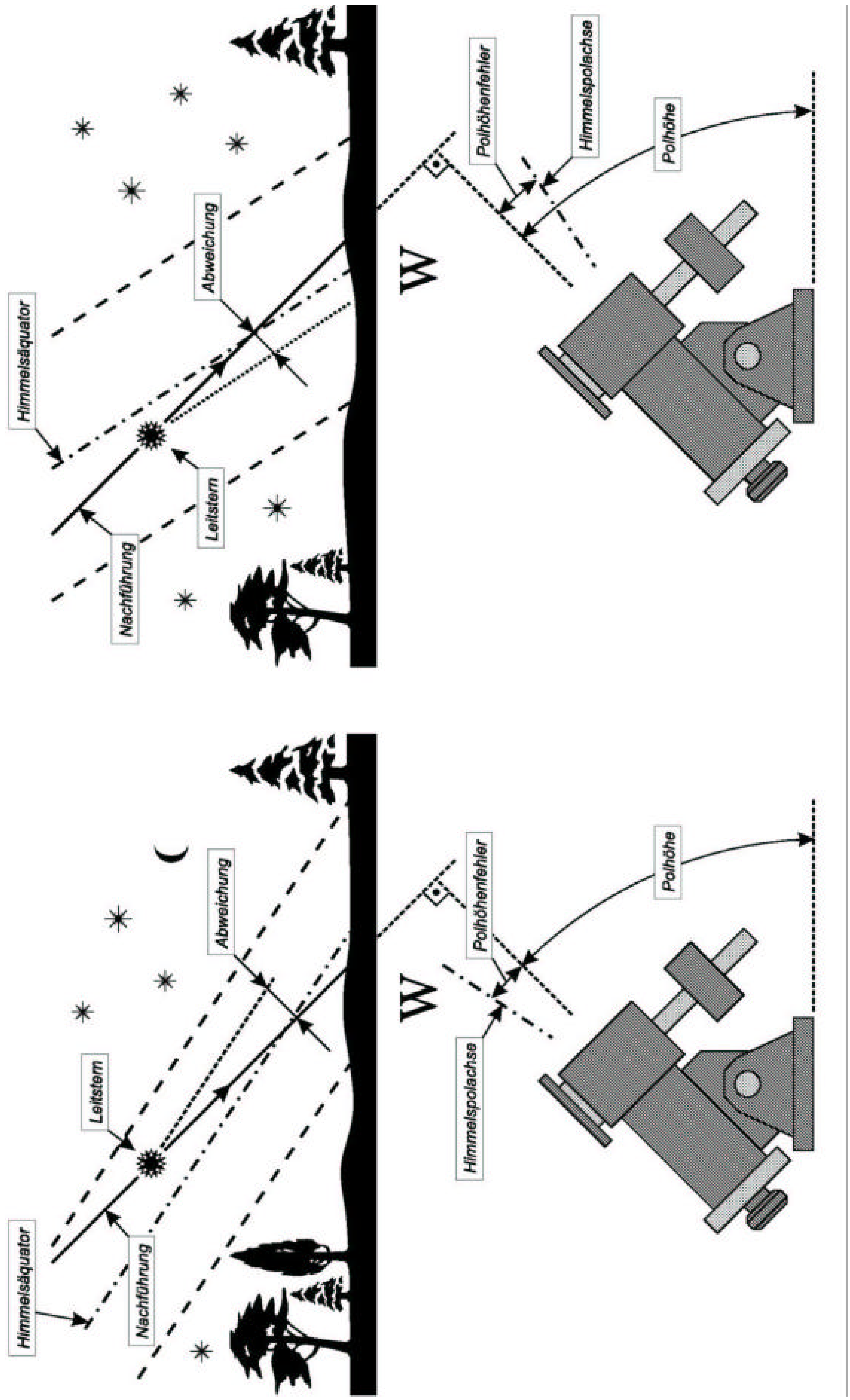
Figuras: (extraidas de Ref.[3])




Abweichung
Leitstern
W
Azimutrichtung
Azimutfehler
S
NS-Richtung
Nachführung
Himmelsäquator
Abweichung
Nachführung
NS-Richtung
S
Azimutfehler
Leitstern
Azimutrichtung
O


Himmelsäquator
Nachführung
Abweichung
Leitstern
Polhöhenfehler
Himmelspolachse
Polhöhe


Himmelsäquator
Abweichung
Nachführung
Leitstern
Himmelspolachse
Polhöhenfehler
Polhöhe


Himmelsäquator
Abweichung
Leitstern
Nachführung
W
Polhöhenfehler
Himmelspolachse
Polhöhe
Himmelsäquator
Nachführung
Leitstern
Abweichung
W
Polhöhenfehler
Himmelspolachse
Polhöhe